

Many Valued Logics: Interpretations, Representations and Applications

Gaetano Vitale

Abstract

Questa tesi, come l'attività di ricerca dell'autore, è dedicata a stabilire nuove connessioni e a rafforzare le relazioni ben consolidate tra diversi settori della matematica, attraverso strumenti logici. Sono considerate due principali logiche a più valori, *logic of balance* e *Lukasiewicz logic*; le loro strutture algebriche associate verranno studiate con strumenti diversi e queste tecniche saranno applicate nella teoria della scelta sociale e nelle reti neurali artificiali. La tesi è strutturata in tre parti.

Part I Viene introdotta la Logic of balance. Viene mostrato: la relazione con ℓ -Groups, gruppi abeliani ordinati reticolarmente (Chapter 2); una rappresentazione funzionale (Chapter 3); geometria algebrica della varietà degli ℓ -Groups con costanti (Chapter 4).

Part II Viene fornita una breve introduzione storica della logica di Lukasiewicz e delle sue estensioni. Viene mostrato: una rappresentazione funzionale tramite *stati generalizzati* (Chapter 5); Un modello non lineare per le MV-algebre e uno studio dettagliato di esso, culminando in un teorema categoriale (Chapter 6).

Part III Sono presentate applicazioni alla teoria delle scelte sociali e delle reti neurali artificiali. In particolare: le preferenze saranno correlate ai reticoli vettoriali e ai loro coni, richiamando la relazione tra polinomi e coni studiati nel Capitolo 4; I multilayer perceptrons saranno elementi di modelli non lineari introdotti nel Capitolo 6 e le reti prenderanno vantaggi dalla *completezza polinomiale*, studiata nel Capitolo 2.

La geometria algebrica per gli ℓ -Groups fornisce un *modus operandi* che risulta utile non solo nel campo teorico, ma anche nelle applicazioni, aprendo (speriamo) nuove prospettive e intuizioni, come abbiamo fatto in questo primo approccio alla teoria sociale; I modelli non lineari qui presentati e la loro relazione con le reti neurali sembrano molto promettenti, offrendo un approccio intuitivo e formale a molti problemi concreti, ad esempio malattie degenerative o segnali distorti. Tutti questi argomenti saranno oggetto di studio in opere future dell'autore.